

Lyfter Matematiklyftet matematikkunskaperna?

Erik Grönqvist

Olof Rosenqvist

Björn Öckert

Lyfter Matematiklyftet matematikkunskaperna?^a

av

Erik Grönqvist^b, Olof Rosenqvist^c, Björn Öckert^d

2021-12-10

Sammanfattning

Vi utvärderar effekterna av fortbildningsinsatsen Matematiklyftet som genomfördes i svenska grundskolor under läsåren 2013/14–2015/16. Under ett års tid arbetade matematiklärare tillsammans med att utveckla sin undervisning med stöd av en handledare och ett särskilt studiematerial. Satsningen syftade till att stärka undervisningens kvalitet och förbättra elevernas måluppfyllelse i matematik. Vi visar att Matematiklyftet förbättrade elevers resultat på nationella prov i matematik, särskilt på låg- och mellanstadiet. Resultatförbättringen lever kvar även långt efter att fortbildningsinsatsen på skolan avslutats. Programmet påverkade undervisningens utformning, men fortbildningskulturen på skolan förändrades inte varaktigt. Våra beräkningar tyder på att Matematiklyftet är samhällsekonomiskt lönsamt.

^a Rapporten är en populärvetenskaplig sammanfattning av forskningsuppsatsen Grönqvist, Öckert, och Rosenqvist (2021) som innehåller en mer detaljerad beskrivning av metod och resultat. Vi är tacksamma för kommentarer från Adrian Adermon, Helena Holmlund, Kirabo Jackson, Eric Taylor, Anna Sjögren, Jonas Vlachos, Felix Weinhardt och från seminariedeltagare vid Université Clermont Auvergne, Frischsenteret, Göteborgs universitet, IFAU, University of Essex, Stockholm-Uppsala Workshop i utbildningsekonomi, Arne Ryde Workshop i utbildningsekonomi och University of Surrey. Josefin Häggblom, Sara Martinson och Kristina Sibbmark har hjälpt till med utformningen av lärarenkäten och Skolverket har finansierat insamlingen av enkätdata.

^b erik.gronqvist@nek.uu.se, Uppsala universitet

^c olof.rosenqvist@ifau.uu.se, IFAU

^d bjorn.ockert@ifau.uu.se, IFAU, Uppsala universitet och UCLS.

Innehållsförteckning

1	Matematiklyftet	3
2	Vad är Matematiklyftet?	7
2.1	Läracykler	8
2.2	Implementering av programmet	9
2.3	Uppgifter om skolors deltagande och elevresultat	10
2.4	Skolor i Matematiklyftet	11
3	Så mäts effekten av Matematiklyftet	12
4	Matematikkunskaperna förbättras	13
4.1	Provresultaten höjs även på längre sikt	13
4.2	Svagare elever gynnas inte	16
5	Undervisningen förändras permanent	18
6	Matematiklyftet är samhällsekonomiskt lönsamt	22
7	En lyckad insats	23
	Referenser	25
	Bilaga A. Innehållet i Matematiklyftet	31

1 Matematiklyftet

Svenska elevers matematikkunskaper föll i internationella jämförelser som PISA och TIMSS från mitten av 1990-talet fram till 2015 (Skolverket 2016d; 2016a), något som kopplats till bristande undervisningskvalitet i svensk skola (Utbildningsdepartementet 2011; Skolverket 2011). Det finns en oro för att utvecklingen kan få långsiktiga konsekvenser eftersom forskning visat att elevers kunskaper och kognitiva färdigheter är kopplade till inträdet på arbetsmarknaden och inkomster (Hanushek m.fl. 2015; Murnane m.fl. 2000; Murnane, Willett, och Levy 1995; Neal och Johnson 1996), och även till länders ekonomiska tillväxt (Hanushek och Woessmann 2016; 2008).

För att stärka kvaliteten i matematikundervisningen och öka elevers måluppfyllelse i matematik beslutade regeringen att under läsåren 2013/14–2015/16 genomföra en nationell fortbildningsinsats – Matematiklyftet – för lärare som undervisar i matematik (Utbildningsdepartementet 2012b; Regeringen 2011).¹ Vi undersöker hur Matematiklyftet har påverkat grundskoleelevers resultat på de nationella proven i matematik till och med läsåret 2018/19.

Matematiklyftet är en fortbildningsinsats där matematiklärare under ett års tid arbetar tillsammans med att utveckla sin undervisning genom kollegialt lärande. Lärare på skolan bildar studiegrupper som stöds av en extern handledare. De studerar och diskuterar ett specifikt matematiskt innehåll i olika utbildningsmoduler, planerar lektioner och utvärderar den egna undervisningen. Utbildningsmodulerna är indelade i olika områden – såsom algebra, geometri eller undervisning med digitala hjälpmedel – och uppmuntrar lärare att aktivera och involvera elever mer i undervisningen. Rektor väljer i samråd med huvudman och lärare på skolan moduler utifrån utvecklingsbehov och intressen, och lärarna träffas i sina studiegrupper ungefär en gång i veckan under det läsår som fortbildningen pågår (Skolverket 2016b).

Matematiklyftet utvecklades och organiserades av Skolverket som utformade utbildningsmoduler samt anordnade utbildningar för matematikhandledare och rektorer. Ett riktat statsbidrag utgick till huvudmännen för att täcka kostnader för deltagande lärare och handledare. Statsbidraget begränsades till högst en tredjedel av huvudmännens matematiklärare varje läsår, och huvudmännen bestämde vilka skolor som skulle delta vid vilket tillfälle (Skolverket 2012). Totalt har omkring 60 procent av grundskolans matematiklärare deltagit i Matematiklyftet.

Vi utvärderar effekten av Matematiklyftet på grundskoleelevers matematikkunskaper genom att använda den stegvisa implementeringen av fortbildningen

¹ Regeringen lanserade även ett antal andra nationella satsningar på lärare under samma period, bland annat Karriärtjänster 2013/14, Läslyftet 2015/16 och Lärarlönelyftet 2017/18.

i olika skolor. Analysen jämför resultatutvecklingen för skolor som deltog i Matematiklyftet med motsvarande utveckling för skolor som inte deltog (skillnad-i-förändringar). Metoden tar hänsyn till både genomsnittliga resultat skillnader mellan insats- och jämförelseskolor, och allmänna resultatförändringar över tid (se exempelvis Sun och Abraham 2020; Angrist och Pischke 2014).

Utvärderingen visar att Matematiklyftet förbättrade elevers resultat på de nationella proven i matematik, framförallt på låg- och mellanstadiet. I deltagande skolor ökade resultaten med i genomsnitt 0,17 betygspoäng (på skalan 0–20), vilket motsvarar ett högre provbetyg i matematik för var femtonde elev. Resultatuppgången lever kvar långt efter att insatsen avslutats, och även elever som inte hade börjat på skolan när programmet infördes gynnas. Effekterna är relativt små, men värdet av elevers förbättrade matematikkunskaper uppväger samhällets kostnader för att genomföra fortbildningen. Matematiklyftet är därmed en samhällsekonomiskt lönsam insats.

Elever med svagare förutsättningar drar inte nytta av Matematiklyftet. Det gäller såväl elever födda utomlands som svenskfödda elever. För övriga elever är den positiva effekten av programmet ungefär lika stor. Matematiklyftet har därmed bidragit till att öka resultat skillnaderna mellan elever med olika bakgrund. Samtidigt påverkas inte svagare elever negativt av insatsen. Det är möjligt att dessa elever har svårare att tillgodogöra sig de elevaktiva undervisningsmetoder som förordades i programmet.

Vi undersöker hur Matematiklyftet påverkade lärares arbetssätt och undervisningsmetoder genom att analysera enkätsvar från matematiklärare. När Matematiklyftet genomfördes fick lärare på skolan mer fortbildning i matematikämnet och undervisningsmetoder i matematik än lärare på andra skolor. De upplevde också att den egna, liksom kollegornas, kompetens i didaktik och bedömning förbättrades. Medan fortbildningen pågick diskuterade lärare oftare undervisningsfrågor med varandra, men de kollegiala samtalen ebbade ut efter att insatsen avslutats. Matematiklyftet lyckade därmed inte att varaktigt påverka fortbildningskulturen på skolan. Däremot tycks satsningen ha medfört bestående förändringar av lärarnas undervisningsmetoder. Lärare som deltog i Matematiklyftet ägnar mer av lektionstiden åt att diskutera problemlösningstrategier tillsammans med sina elever, och mindre tid åt att låta elever lösa problem på egen hand eller i grupp.

Matematiklyftets effekter på elevers kunskaper har undersökts i några tidigare studier som baseras på mindre datamaterial.² Lindvall m.fl. (2021) jämför

² Lindvall, Helenius, och Wiberg (2018) studerar effekten av Matematiklyftet i en större kommun genom att jämföra hur elevers taluppfattning förändrades 2013/14–2015/16 i skolor som deltog i Matematiklyftet (3–8 skolor) i förhållande till skolor som inte deltog (1–14 skolor). För årskurs 8

matematikresultaten i TIMSS-undersökningen 2015 (årskurs 4 och 8) för elever till 208 lärare som deltog i Matematiklyftet och 145 lärare som inte deltog. De tar hänsyn till skillnader i observerade läraregenskaper (kön, erfarenhet och utbildningsnivå) och elevgenskaper (socioekonomisk bakgrund och tidigare matematikresultat).³ Studien visar att elever som undervisades av lärare som deltog i fortbildningen har bättre resultat än andra elever. Skillnaden är dock inte statistiskt säkerställd, vilket tolkas som att Matematiklyftet inte har någon effekt på elevers matematikkunskaper. Den beräknade effekten är emellertid av samma storleksordning som effekterna i vår utvärdering, men skattningarna i Lindvall m.fl. (2021) har större statistisk osäkerhet på grund av TIMSS-undersökningens begränsade urval.⁴

Det finns en bredare litteratur om kollegialt lärande, där lärare gemensamt utvecklar, planerar, genomför och utvärderar undervisningen. Murphy, Weinhardt, och Wyness (2021) studerar ett experiment i Storbritannien där 181 grundskolor (årskurs 4–6) slumpmässigt valdes ut till ett 2-årigt fortbildningsprogram (89 insatsskolor och 92 kontrollskolor). Lärare delades in i grupper som besökte varandras lektioner och gav strukturerad återkoppling på undervisningen. Elevresultaten i deltagande skolor skilde sig dock inte statistiskt från kontrollskolornas. Burgess, Rawal, och Taylor (2021) finner däremot positiva effekter i ett liknande experiment vid 82 gymnasieskolor i Storbritannien (41 insatsskolor och 41 kontrollskolor). Lärare besökte varandras lektioner, gav strukturerad återkoppling samt utvecklade gemensamt strategier för att förbättra undervisningen. Elever på gymnasieskolor som slumpmässigt valdes ut till interventionen förbättrade sina resultat i förhållande till kontrollskolorna. Papay m.fl. (2020) finner också positiva effekter av kollegialt lärande i ett experiment vid 14 grundskolor i USA (7 insatsskolor och 7 kontrollskolor), där lågpresterande lärare parades ihop med duktiga kollegor, för att tillsammans förbättra varandras undervisning. Eleverna i insatsskolorna höjde sina resultat i förhållande till eleverna i kontrollskolorna, särskilt om de undervisades av lärare som klassificerats som låg-

och 9 förbättras resultaten i de tre skolor som deltog, i förhållande till den enda skolan som inte deltog, men för lägre årskurser finns inga statistiskt säkerställda skillnader. Lindvall (2017) finner liknande resultat under implementeringen av Matematiklyftet i kommunen 2014/15.

³ Även om analysen beaktar elevers tidigare matematikresultat finns risk för kvarstående skillnader mellan lärare som deltog i Matematiklyftet och de som inte gjorde det. Chetty, Friedman, och Rockoff (2014) visar att skattningar av lärares påverkan på elevers inläring (value-added) blir snedvridna vid kontroll för enbart bakgrundsegenskaper och elevers tidigare ämneskunskaper.

⁴ I forskningsuppsatsen Grönqvist, Öckert, och Rosenqvist (2021) undersöker vi om effekterna av Matematiklyftet skulle kunna förklaras av att lärare förändrar sin bedömning av elevers kunskaper, vilket vi inte finner något stöd för. Vi jämför då effekten av Matematiklyftet på elevers kunskaper mätt med TIMSS-provet (externt rättat) respektive nationella prov (internt rättat), vilket också utgör en replikering av resultaten i Lindvall m.fl. (2021).

presterande.⁵ Till skillnad från dessa interventioner innefattar Matematiklyftet inte lektionsbesök med återkoppling och kritik från kollegor. Istället utvärderar lärarna sina egna matematiklektioner.

En närliggande litteratur undersöker hur externa granskare påverkar kvaliteten i lärares undervisning. I en metastudie finner Kraft, Blazar, och Hogan (2018) endast begränsat stöd för att återkoppling från externa bedömare förbättrar lärares undervisning. Däremot finner Taylor och Tyler (2012) och Briole och Maurin (2019) att klassrumsbesök av externa experter – där bedömningarna kan ha betydelse för löneutveckling och karriärmöjligheter – har positiva effekter på elevers resultat. Det tyder på att externa bedömningar kan motivera lärare att förbättra sin undervisning. De externa handledarna i Matematiklyftet har dock en helt annan roll än granskarna i dessa studier. De ska underlätta och stödja det kollegiala samarbetet och inte utvärdera lärares undervisning.

Matematiklyftet har stora likheter med Lesson study som är en fortbildningsmodell med ursprung i Östasien. Den gemensamma kärnan är ett skolbaserat arbetssätt där lärare samarbetar i lärcykler. De diskuterar, planerar och utvärderar lektioner tillsammans, ibland med stöd av en extern handledare (Chen och Zhang 2019; Rappleye och Komatsu 2017).⁶ Modellen för lärares professionella utveckling har lyfts fram som en möjlig förklaring till varför Hong Kong, Singapore, Shanghai, Taiwan och Japan dominerar internationella jämförelser som TIMSS och PISA, särskilt i matematik och naturvetenskap (OECD 2019; Mullis m.fl. 2020; Lewis och Tsuchida 1999; Stigler och Hiebert 1999).⁷ Lesson study har överförts till skolor i många andra delar av världen i syfte att stärka lärares undervisningskompetens och stimulera elevers lärande (Lewis och Lee 2017; Quaresma m.fl. 2018),⁸ men kunskapen om hur Lesson study påverkar elevers

⁵ Jackson och Bruegmann (2009) studerar kollegialt lärande mer indirekt genom att analysera hur lärares resultat påverkas när dokumenterat duktiga lärare börjar arbeta på skolan. Elevers resultat förbättras när deras lärare har fler duktiga kollegor; effekterna kvarstår över tid och är störst för lärare med kortast erfarenhet.

⁶ Lesson study kommer ursprungligen från Japan och innebär att lärare systematiskt planerar och utvärderar sina lektioner tillsammans för att förbättra sin undervisning (Fernandez 2002). I den ideala lärcykeln väljer lärarna ett pedagogiskt innehåll, planerar en lektion, genomför lektionen tillsammans, utvärderar och diskuterar dess resultat, reviderar lektionen, genomför den reviderade lektionen, utvärderar och reflekterar, samt sprider resultaten (Fernandez och Yoshida 2012; Pang och Ling 2012). Liknande strategier för att förbättra undervisningen återfinns i Kina, Singapore och Sydkorea (Chen och Zhang 2019; Cheng och Yee 2012; Huang, Fang, och Chen 2017; Pang 2016). I Hongkong benämns modellen Learning study för att betona både lärarens professionella utveckling och elevernas lärande (Pang 2006).

⁷ Andra tänkbara förklaringar till östasiatiska länders goda resultat är urvalet till läraryrket, läroplanens utformning, elevernas arbetsmoral, samt förekomsten av extraundervisning efter skoltid (se till exempel Jerrim 2015).

⁸ År 2006 bildades den internationella organisationen World Association of Lesson Studies med syfte att uppmuntra och förbättra forskningen och tillämpningen av Lesson study (Lewis och Lee 2017;

kunskaper är dock fortfarande begränsad; tidigare studier är ofta behäftade med betydande metodproblem och/eller baserade på små datamaterial (Cheung och Wong 2014). Utvärderingen av Matematiklyftet bidrar därmed till mer generell kunskap om hur skolbaserade lärcykler – där lärare arbetar tillsammans med att utveckla sin undervisning – påverkar elevers skolresultat. Den belyser också möjligheterna att överföra arbetssätt från skolsystem i andra länder.

Rapporten har följande disposition. Nästa avsnitt beskriver innehåll och implementering av Matematiklyftet. Därefter följer en redogörelse för utvärderingens metod i avsnitt 3. Avsnitt 4 redovisar effekterna av Matematiklyftet på elevers matematikresultat, medan avsnitt 5 undersöker hur lärares arbetssituation och undervisningspraktik påverkas. Matematiklyftets samhällsekonomiska kostnader och intäkter beräknas i avsnitt 6, vilket följs av en diskussion av rapportens slutsatser i avsnitt 7.

2 Vad är Matematiklyftet?

Matematiklyftet är en ettårig fortbildningsinsats som genomfördes under läsåren 2013/2014–2015/2016, och som riktade sig till alla lärare som undervisar i matematik i grundskolan, gymnasieskolan och inom kommunal vuxenutbildning.⁹ Programmet utvecklades av Skolverket och baseras på kollegialt lärande med stöd från en extern matematikhandledare och ett särskilt utbildningsmaterial. Målet är att ge lärare metoder och verktyg för att utveckla sin undervisning och att skapa en kollegial fortbildningskultur på skolan, i syfte att förbättra elevers kunskaper i matematik.

Utbildningsmaterialet uppmuntrar till en mer aktiv utbildningspraktik där lärare utmanar elevers matematiska tänkande, diskuterar det matematiska innehållet med sina elever, och anpassar undervisningen till elevers frågor och tankar (Lindvall m.fl. 2021b). Fortbildningen sker lokalt på skolorna och bygger på kollegiala diskussioner om undervisningssituationen och det matematiska innehållet som ska förmedlas. Lärare utbyter goda erfarenheter, lyfter fram svårigheter, granskar kritiskt sin egen undervisning och får återkoppling från sina kollegor.

Denna rapport fokuserar på Matematiklyftets genomförande i grundskolan.

Quaresma m.fl. 2018). I USA arbetar lärare med Lesson study vid omkring 1 500 skolor (Rapple och Komatsu 2017), och sedan 2010 rekommenderas Lesson study som en modell för lärares professionella utveckling i delstaten Florida (Akiba och Wilkinson 2016).

⁹ Det fanns också stödmaterial för undervisning i matematik i förskola, förskoleklass och särskola, men för dessa skolformer utgick inget statsbidrag för deltagande lärare.

2.1 Lärcykler

Lärare som deltar i Matematiklyftet arbetar tillsammans i studiegrupper med stöd av en särskilt utbildad handledare som bedöms vara en skicklig matematiklärare.¹⁰ Lärarna arbetar i lärcykler där de diskuterar ett specifikt matematiskt material, planerar en lektion tillsammans, genomför lektionen i sin egen klass och delar med sig av sina erfarenheter.

Studiematerialet organiseras i olika utbildningsmoduler som innehåller texter, filmer, diskussionsfrågor och förslag på lektionsaktiviteter. Varje modul behandlar ett begränsat matematiskt innehåll – såsom algebra, geometri eller undervisning med digitala hjälpmedel – som ska ge lärare bättre verktyg för att reflektera, planera och genomföra sin undervisning.¹¹ Lärare uppmuntras också att aktivera och involvera sina elever mer i undervisningen. Modulerna är indelade i åtta delar som behandlar olika perspektiv på undervisningen. Varje del utgör en lärcykel bestående av fyra moment (se Bilaga A för ytterligare information om innehållet i Matematiklyftet):

- A. *Individuell förberedelse.* Lärare förbereder sig genom att studera materialet i den aktuella delen (45–60 minuter).
- B. *Kollegialt arbete.* Lärare träffas i grupp för att diskutera innehållet i studiematerialet (steg A) och planerar en lektion tillsammans (90–120 minuter).
- C. *Lektionsaktivitet.* Varje lärare genomför den planerade lektionen i den egna undervisningsgruppen.
- D. *Gemensam uppföljning.* Lärare träffas i grupp för att diskutera och reflektera över vad som gick bra på lektionerna och vad som kan förbättras (45–60 minuter).

¹⁰ Uppdraget som matematikhandledare motsvarar 20 procent av heltid och omfattar ansvar för flera studiegrupper. Handledaren måste ha behörighet att undervisa i matematik, ha minst 4 års undervisningserfarenhet i matematik och även bedömas vara en skicklig matematiklärare (Utbildningsdepartementet 2012a). Skolverket anordnade 8–9 dagars utbildning för handledare, där fokus låg på mentorskap, grupprocesser och innehållet i studiematerialet. Totalt har 1 668 handledare genomgått denna utbildning (Skolverket 2016b). Rektorer på deltagande skolor erbjöds 4–5 dagars utbildning med inriktning mot pedagogiskt ledarskap, Matematiklyftets innehåll och organisering av insatsen på skolan.

¹¹ Skolverket tillhandahöll utbildningsmodulerna via en lärportal, och det fanns tio olika moduler för varje stadium i grundskolan. Modulerna följde läroplanen och kursplanen i matematik (Lgr 11). Lärportalen kunde nås av alla lärare; också de som inte deltog i Matematiklyftet. Utbildningsmodulerna har även tillgängliggjorts efter satsningen, och finns numera på Skolverkets Lärportal (larportalen.skolverket.se).

De kollegiala samtalen i lärargrupperna (steg B och D) leds av handledaren. Utöver lektionsaktiviteterna tar slutförandet av en modul ungefär 24–32 timmar. Lärarna arbetar med två moduler under ett helt läsår (cirka 60 timmar), och de träffas i studiegrupperna ungefär en gång i veckan.

2.2 Implementering av programmet

Matematiklyftet lanserades läsåret 2013/14 och genomfördes på olika skolor under tre år.¹² Skolhuvudmän kunde söka ett särskilt statsbidrag för att täcka kostnader för deltagande lärare och handledare under läsåren 2013/14–2015/16. Statsbidraget begränsades till högst en tredjedel av huvudmännens matematiklärare varje läsår, och de bestämde vilka skolor som skulle delta vid vilket tillfälle (Skolverket 2012). Huvudmännen utsåg också matematikhandledare enligt särskilda kriterier.

Totalt deltog 89 procent av de kommunala, och 28 procent av de fristående, huvudmännen i programmet. I intervjuer med huvudmän framgår att de främsta skälen till att inte delta var svårigheter att genomföra utbildningen enligt den givna modellen, problem att nå upplevda volymkrav för finansiering av studiegrupper och handledare, och att lärarna deltog i andra utbildningsinsatser (Skolverket 2016b).

Sammanlagt deltog omkring två tredjedelar av alla grundskolor, och 60 procent av matematiklärarna, i Matematiklyftet.¹³ Bland de huvudmän som deltog genomfördes utbildningsinsatsen i genomsnitt på 80 procent av skolorna, och i normalfallet (94 procent av skolorna) genomfördes Matematiklyftet samtidigt på skolans alla stadier. Vi definierar därför deltagande i satsningen på skolnivå i analyserna.

Rektorerna hade – tillsammans med huvudmännen – ansvar för genomförandet av Matematiklyftet på skolan. De delade in matematiklärare i grupper och såg till att det fanns tillräckligt med tid avsatt för utbildningen. I samråd med lärare på skolan valde de också moduler utifrån skolans och lärares utvecklingsbehov och intressen (Skolverket 2012).

¹² Matematiklyftet föregicks av en försöksverksamhet (33 skolor) under läsåret 2012/2013 där endast en mindre del av modulerna fanns tillgängliga (Skolverket 2012). Dessa skolor ingår inte i vår analys.

¹³ Läsåret 2013/2014 betalades statsbidrag ut för 11 662 deltagande lärare i grundskolan; 11 797 för läsåret 2014/2015; och 7 800 för läsåret 2015/2016. Endast 7 procent av lärare i grundskolan som deltagit i Matematiklyftet arbetar i fristående skolor. Matematiklyftet återinfördes läsåret 2017/2018 i mindre skala, och statsbidrag utbetalades till 410 grundskollärare.

2.3 Uppgifter om skolors deltagande och elevresultat

Utvärderingen av Matematiklyftet omfattar alla elever och matematiklärare i grundskolan under läsåren 2009/10–2018/19. För dessa personer analyserar vi dels registeruppgifter från Statistiska centralbyrån och Skolverket, dels en särskilt insamlad enkät till matematiklärare. Vi väljer ut de lärare som undervisar i matematik enligt registret över pedagogisk personal (lärarregistret) och därifrån hämtas också uppgifter om tjänsteomfattning, behörighet och erfarenhet. Uppgifter om utbetalda statsbidrag till lärare i Matematiklyftet 2013/14–2015/16 används för att avgöra vilka skolor som deltagit vid olika tillfällen. En skola betraktas ha deltagit i fortbildningsinsatsen om den erhållit statsbidrag för minst hälften av matematiklärarna, och inte ha deltagit om den inte fått statsbidrag för någon lärare. Vi utesluter skolor där statsbidraget utgått till några – men färre än hälften – av lärarna, eftersom det då inte går att avgöra om skolan deltagit i satsningen.¹⁴

Utvärderingens huvudsakliga utfallsmått är resultat på de nationella proven i matematik i årskurs 3, 6, och 9.¹⁵ Provresultaten standardiseras årsvis för alla elever i landet, vilket innebär att de har medelvärde 0 och standardavvikelse 1. Vi inhämtar information om elever kön, födelseland och familjebakgrund från flera källor, och sammanfattar informationen i form av ett index – predicerade provresultat – som väger samman olika egenskaper utifrån deras betydelse för resultaten i matematik.

Vi har i samarbete med Skolverket även utformat en enkät till matematiklärare vid ett urval av grundskolor för att beskriva hur Matematiklyftet påverkade lärares arbetssätt och undervisning. Läsåret 2012/13 genomfördes ett stratifierat slumpmässigt urval av 560 skolor som sedan har följts årsvis under perioden 2012/13–2015/16. I april varje år skickades samma enkät ut till alla matematiklärare på skolorna. Svarsfrekvensen uppgår till 42–55 procent, och bortfallet skiljer sig inte systematiskt åt mellan skolor som deltog i Matematiklyftet och de som inte gjorde det.

¹⁴ Det innebär att vi utesluter 19 procent av alla skolor. Resultaten förändras dock inte nämnvärt om vi istället använder högre eller lägre andelar av lärare med statsbidrag för att avgöra om skolan har deltagit.

¹⁵ Vi saknar information från nationella prov i matematik i årskurs 9 för läsåret 2017/18, eftersom Skolverket inte samlade in resultaten från de ersättningsprov som användes då innehållet i originalprovet fick omfattande spridning i förväg.

2.4 Skolor i Matematiklyftet

Undersökningen omfattar närmare 1,3 miljoner elever i 3 800 grundskolor.¹⁶ Under Matematiklyftets första två år (2013/14 och 2014/15) deltog omkring 900 skolor per år, medan bara 624 grundskolor deltog det tredje året (2015/16). Fler än 1 300 skolor deltog inte alls i Matematiklyftet.

Tabell 1 visar att skolor som genomförde Matematiklyftet vid olika läsår hade relativt likartade elevresultat och lärarsammansättning före reformen (2012/13). Skolor som inte deltog hade däremot något svagare resultat på de nationella proven i matematik. Det finns också mindre skillnader i elevernas förutsättningar mellan skolor.

Tabell 1 Beskrivande statistik för skolor som deltog i Matematiklyftet vid olika tillfällen samt för skolor som inte deltog

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)
Skolor som deltog:	2013/14	2014/15	2015/16	Aldrig
Fristående skola	0,083 (0,276)	0,042 (0,192)	0,051 (0,220)	0,353 (0,478)
Storstadsskola	0,338 (0,473)	0,334 (0,472)	0,381 (0,486)	0,454 (0,498)
Skolstorlek	332 (185)	333 (195)	344 (198)	267 (214)
Andel behöriga lärare	0,707 (0,243)	0,730 (0,231)	0,729 (0,237)	0,663 (0,300)
Lärarefarenhet (år)	14,31 (5,48)	14,91 (5,57)	14,78 (5,59)	13,42 (6,66)
Andel deltagande lärare	0,818 (0,155)	0,845 (0,142)	0,811 (0,141)	0 (0)
Elevresultat före reformen	0,012 (0,332)	0,001 (0,325)	0,005 (0,370)	-0,009 (0,386)
Elevförutsättningar	0,0084 (0,3265)	-0,0087 (0,3209)	-0,0003 (0,3418)	0,0001 (0,3418)
Antal skolor	959	886	624	1,331
Antal elever och läsår	691,298	660,665	481,410	451,022

Not: Tabellen visar elevviktade genomsnitt och standardavvikelser för skolor som deltog i Matematiklyftet vid olika tillfällen, samt för skolor som inte deltog. Läraregenskaperna avser matematiklärare. Alla bakgrundsvariabler har uppmätts läsåret 2012/13.

Fristående skolor deltog mer sällan i Matematiklyftet än andra grundskolor. Fortbildningsinsatsen genomfördes bara i 24 procent av alla fristående skolor, jäm-

¹⁶ Uppgiften avser antalet unika individer. Elever skriver nationella prov i matematik i årskurs 3, 6 och 9, och de kan därför förekomma i undersökningen vid flera tillfällen.

fört med 73 procent för kommunala skolor. Det finns också vissa skillnader i lärarnas formella kompetens mellan skolor. Matematiklärare som deltog var i större utsträckning behöriga och hade längre erfarenhet än matematiklärare som inte var med (läsåret 2012/13). Skolorna som genomförde satsningen var i allmänhet också större, men låg mer sällan i ett storstadsområde (Stockholm, Göteborg eller Malmö). I nästa avsnitt beskriver vi vår metod för att hantera skillnaderna mellan skolor som deltog i Matematiklyftet och de som inte gjorde det.

3 Så mäts effekten av Matematiklyftet

Det är svårt att avgöra hur fortbildningsinsatser påverkar elevers inlärnin g eftersom skolor och lärare som deltar ofta skiljer sig från de som inte gör det. Vanligen riktas utbildningsinsatser mot skolor med låga resultat eller lärare med särskilda behov av kompetensutveckling, men det kan också vara skolor med välfungerande ledarskap och högpresterande elever som är mer benägna att utbild a sin personal. Det är därför troligt att elevresultaten på deltagande skolor skulle ha skilt sig från andra skolor även om de hade valt att inte vidareutbilda sina lärare. Jämförelser av resultaten mellan skolor som deltar i fortbildningsinsatser och de som inte gör det kan därför ge missvisande svar om insatsens effekter.

Vi utvärderar effekten av Matematiklyftet på grundskoleelevers matematikkunskaper genom att använda den stegvisa implementeringen av fortbildningen i olika skolor. Under perioden 2013/14–2015/16 genomfördes insatsen i omkring två tredjedelar av alla grundskolor och vi jämför resultatutvecklingen för skolor som deltog med utvecklingen för skolor som inte deltog (skillnad-i-förändringar). Metoden tar hänsyn till såväl konstanta resultat skillnader mellan insats- och jämförelseskolor som allmän resultatutveckling över tid (Angrist och Pischke 2014; Sun och Abraham 2020; Callaway och Sant’Anna 2020). Resultaten kan tolkas som ett orsakssamband under förutsättning att elevers kunskaper i deltagande skolor hade utvecklats på samma sätt som i andra skolor i frånvaro av satsningen.¹⁷

Även om Matematiklyftet inte systematiskt skulle ha riktats mot skolor med fallande eller stigande elevprestationer, finns ändå risk att föräldrars skolval kan

¹⁷ I analyserna skapas tre separata urval av skolor för varje våg av Matematiklyftet (2013/14, 2014/15 respektive 2015/16) som sedan läggs ihop. Skillnaderna mellan skolor och läsår tillåts variera per våg, och effekterna av Matematiklyftet beräknas som ett vägt genomsnitt av skattningarna för olika vågor (Sun och Abraham 2020; Callaway och Sant’Anna 2020). Skolor som inte deltar i insatsen används därmed som jämförelseskolor flera gånger, varför antalet observationer i skattningarna överstiger antalet elever \times läsår.

påverka resultatutvecklingen över tid. För att minska detta problem följer vi elever från början av låg-, mellan-, eller högstadiet (årskurs 1, 4, eller 6) och tilldelar dem deltagandestatusen på den skola där de förväntas avsluta stadiet (årskurs 3, 6, eller 9). Det innebär att alla elever inte tar del av avsedd insats, men sambandet mellan förväntat och verkligt deltagande är ändå omkring 84 procent.

4 Matematikkunskaperna förbättras

Det här avsnittet presenterar effekter av Matematiklyftet på elevers kunskaper i matematik. Inledningsvis redogörs för hur satsningen påverkade grundskolans elever både sammantaget och uppdelat på olika stadier. Dessutom visar vi hur effekterna för deltagande skolor utvecklas över tid. Därefter studeras om fortbildningens effekter varierar med egenskaperna hos elever, lärare och skolor.

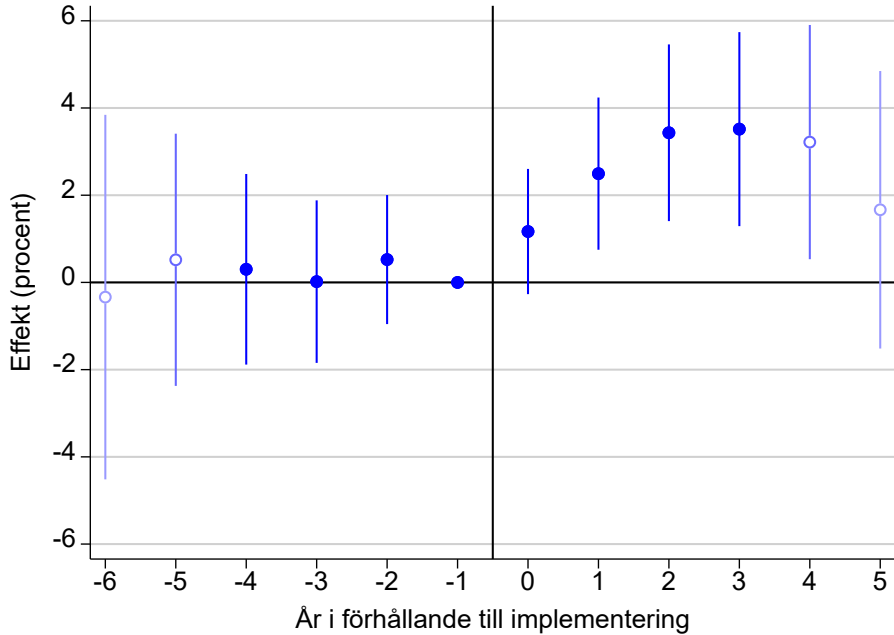
4.1 Provresultaten höjs även på längre sikt

Matematiklyftet förbättrade elevers kunskaper i matematik. Figur 1 visar skillnader i resultatutveckling (relativt året före skolans implementering) för skolor som deltog i fortbildningsinsatsen i förhållande till de som inte gjorde det.¹⁸ Före satsningen utvecklades elevresultaten likartat i insats- och jämförelseskolor (effekterna ligger nära noll och är inte statistiskt säkerställda), vilket tyder på att Matematiklyftet inte systematiskt tycks ha riktats mot skolor med sjunkande (eller stigande) matematikresultat, och att resultaten kan tolkas som orsakssamband.

När Matematiklyftet infördes förbättrades elevers inläring i de skolor som deltog. Redan under implementeringen ökade resultaten på de nationella proven i matematik, även om förändringen ligger inom felmarginalen. Under de efterföljande åren lyftes elevers matematikkunskaper ytterligare, och skolor som deltog hade signifikant bättre resultat 1–4 år efter att satsningen genomfördes. Det sista året, som vi bara kan observera för skolor som deltog 2013/14, är skattningen mindre och inte statistiskt säkerställd. Det mindre urvalet gör dock skattningen osäker, och vi beräknar därför ett genomsnitt över flera år för att bedöma satsningens effekter på längre sikt.

¹⁸ Punkterna i figuren visar genomsnittliga skillnader mellan insats- och jämförelseskolor, medan linjerna anger 95-procentiga konfidensintervall. Tidsaxeln har justerats så att den visar läsår i förhållande till när skolan genomförde Matematiklyftet.

Figur 1 Effekten av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik



Not: Figuren visar skattade effekter av Matematiklyftet på elevers resultat på nationella prov i matematik i årskurs 3, 6 och 9. Punkterna visar genomsnittlig skillnad i resultatutveckling mellan insats- och jämförelseskolor, medan linjerna anger 95-procentiga konfidensintervall. Tidslinjen visar läsår i förhållande till skolans implementering av Matematiklyftet. Effekter med något ljusare nyans ($\tau = -5$ och 4) avser skolor som deltog i Matematiklyftet 2013/14 eller 2014/15, medan effekter med ljusast nyans ($\tau = -6$ och 5) bara gäller för skolor som deltog 2013/14. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Effekterna anges i procent av en standardavvikelse i elevernas provresultat.

Tabell 2 visar hur Matematiklyftet påverkar matematikresultaten i olika årskurser, uppdelat på olika år efter implementeringen. Den första kolumnen sammanfattar effekterna i Figur 1 och visar att lärarfortbildningen förbättrade elevers kunskaper under hela uppföljningsperioden. Grundskolor som deltog i satsningen har högre resultat på de nationella proven i matematik även 4–5 år senare. I genomsnitt ökade matematikkunskaperna med 2,6 procent av en standardavvikelse. Om vi tar hänsyn till att inte alla elever får del av insatsen (se avsnitt 3) uppgår effekten för de som deltar i Matematiklyftet till ungefär 3,1 procent. Det motsvarar en ökning med i genomsnitt 0,17 betygspoäng (på skalan 0–20), eller att var femtonde elev får ett högre provbetyg i matematik.¹⁹

¹⁹ Elevers resultat på de nationella proven i matematik sammanfattas med ett provbetyg på skalan A–F, vilket kan översättas till betygspoäng (F = 0 poäng, E = 10 poäng, D = 12,5 poäng, C = 15 poäng, B = 17,5 poäng, och A = 20 poäng). Standardavvikelsen för provbetygen i årskurs 6 och 9

Tabell 2 Effekten av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik, uppdelat på årskurs och tid sedan implementering

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)
Årskurs:	3, 6 och 9	3	6	9
		Separat för olika år		
0–1 år efter implementering	1,84** (0,74)	2,55* (1,52)	2,56** (1,20)	0,55 (1,07)
2–3 år efter implementering	3,47*** (1,02)	5,92*** (1,92)	2,70* (1,63)	0,95 (1,61)
4–5 år efter implementering	2,64** (1,30)	5,25** (2,44)	3,71* (2,12)	-0,81 (1,95)
		Totalt för alla år		
Alla år efter implementering	2,63*** (0,85)	4,47*** (1,65)	2,86** (1,40)	0,44 (1,23)
Antal observationer	2 874 158	1 053 814	967 565	852 779

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik i årskurs 3, 6 och 9. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Effekterna anges i procent av en standardavvikelse i elevernas provresultat. De årskurser som studeras anges i kolumnrubriken. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan elever på samma skola anges inom parentes. */**/** visat att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procents signifikansnivå.

Resterande kolumner i Tabell 2 visar att Matematiklyftet bara påverkar matematikkunskaperna för elever på låg- och mellanstadiet. Det finns inga statistiskt säkerställda effekter på högstadiet och skattningarna ligger nära noll. Den genomsnittliga effekten på låg- och mellanstadiet uppgår till 3,5 procent av en standardavvikelse, vilket är signifikant högre än på högstadiet.²⁰ En möjlig förklaring till dessa skillnader kan vara att ämnesspecifik fortbildning är mer verkningsfull för klasslärare (som undervisar på lågstadiet och till stor del på mellanstadiet) än för ämneslärare (som främst finns på högstadiet).

De positiva effekterna av Matematiklyftet på låg- och mellanstadiet lever kvar under hela observationsperioden. Elever som gick på lågstadiet i slutet av uppföljningsperioden hade inte ens börjat skolan när Matematiklyftet genomfördes, vilket tyder på lärares undervisning påverkats mer permanent.

uppgår till i genomsnitt 5,3 poäng. Matematiklyftet förbättrar elevers provresultat med omkring 3 procent av en standardavvikelse, vilket motsvarar 0,17 betygs-poäng ($5,3 \times 0,03 = 0,17$). Matematiklyftet höjer därmed provbetyget i matematik (från exempelvis D till C) för 1 av 15 elever ($2,5/0,17 = 15$).

²⁰ I allmänhet förbättrar Matematiklyftet kunskaperna mer på lågstadiet än på mellanstadiet, men skillnaden är inte statistiskt säkerställd.

4.2 Svagare elever gynnas inte

Matematiklyftet höjde matematikresultaten för den genomsnittlige eleven. I det här avsnittet undersöker vi om satsningens effekter varierar med egenskaperna hos elever, lärare eller skolor.²¹ Vi studerar först om elever från skilda bakgrunder påverkades av satsningen på olika sätt. Elever delas upp efter deras förutsättningar i fyra lika stora grupper. Tabell 3 visar att Matematiklyftet bara gynnar de 75 procent av eleverna med bäst förutsättningar, medan elever med sämst förutsättningar inte påverkas alls.²²

Tabell 3 Effekten av Matematiklyftet på provresultat i matematik för elever med olika förutsättningar

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)
Elevförutsättningar:	Sämst	Näst sämst	Näst bäst	Bäst
		<u>Alla elever</u>		
Alla år efter implementering	0,84 (1,50)	2,90*** (1,05)	3,66*** (1,05)	2,07** (1,01)
Antal elever och år	699 144	720 617	725 428	728 969
		<u>Svenskfödda elever</u>		
Alla år efter implementering	0,80 (1,60)	3,00*** (1,08)	3,72*** (1,06)	2,11** (1,02)
Antal observationer	562 095	687 497	699 246	708 563

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik i årskurs 3, 6 och 9. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Effekterna anges i procent av en standardavvikelse i elevernas provresultat. De elevgrupper som studeras anges i kolumnrubriken. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan elever på samma skola anges inom parentes. **/**/*** visar att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procents signifikansnivå.

Skillnaden mellan elever med olika bakgrund skulle delvis kunna bero på att elever med utländsk bakgrund är överrepresenterade i gruppen med sämst förutsättningar, och att deras resultat inte förbättras av Matematiklyftet, se Tabell 4. Men även när vi begränsar analysen till enbart svenskfödda elever tycks programmet inte gynna de svagaste eleverna, se nedre delen av Tabell 3. Det tyder på att Matematiklyftet inte lyckas hjälpa svagpresterande elever mer generellt, och inte bara elever med sämre språkkunskaper.

²¹ I forskningsrapporten Grönqvist, Öckert, och Rosenqvist (2021) visar vi att Matematiklyftet även har förbättrat elevernas resultat på nationella prov i svenska, men att effekten är mindre än för matematik. Det ligger i linje med resultaten i Machin och McNally (2008) som finner positiva effekter av ett strukturerat undervisningsinnehåll i läsning även på resultaten i matematik.

²² Skillnaden mellan elever med sämst förutsättningar och övriga elever är på gränsen till statistiskt säkerställd (p-värde: 0,122).

Tabell 4 Effekten av Matematiklyftet på provresultat i matematik för elever med olika egenskaper

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)
Elevgrupp:	Svensk-födda	Utrikes-födda	Flickor	Pojkar
Alla år efter implementering	2,76*** (0,85)	0,96 (2,12)	3,24*** (0,93)	2,08** (1,01)
Antal observationer	2 657 401	543 227	1 405 750	1 468 408

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik i årskurs 3, 6 och 9 för olika elevgrupper. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Effekterna anges i procent av en standardavvikelse i elevernas provresultat. De elevgrupper som studeras anges i kolumnrubriken. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan elever på samma skola anges inom parentes. */**/** visat att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procents signifikansnivå.

Möjligen kan de elevcentrerade undervisningsformer som förordas i Matematiklyftet passa sämre för svaga elever. Det innebär att fortbildningen ökar skillnaden mellan elever med olika bakgrund. Samtidigt påverkas lågpresterande elever inte heller negativt av interventionen. Troligen behöver dessa elever andra slags insatser för att förbättra sina färdigheter i matematik. Vi finner vidare att insatsen förbättrar resultaten mer för flickor än för pojkar, men skillnaden är inte statistiskt säkerställd, se Tabell 4.

Tabell 5 Effekten av Matematiklyftet på provresultat i matematik för skolor med olika lärarsammansättning

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)
Lärarsammansättning:	Behörighet		Erfarenhet	
	Hög andel	Låg andel	Högt genomsnitt	Lågt genomsnitt
Alla år efter implementering	2,70** (1,19)	2,94** (1,35)	3,16*** (1,18)	2,48* (1,37)
Antal observationer	1 283 925	1 381 908	1 289 374	1 376 459

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik i årskurs 3, 6 och 9 för skolor med olika lärarsammansättning. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Effekterna anges i procent av en standardavvikelse i elevernas provresultat. De skolor som studeras anges i kolumnrubriken. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan elever på samma skola anges inom parentes. */**/** visat att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procents signifikansnivå.

Vi har också undersökt om effekterna av Matematiklyftet beror på matematiklärares egenskaper. Analyserna måste dock genomföras på skolnivå eftersom det i nationella register saknas information om vilken lärare som undervisar vilka elever. Tabell 5 delar in skolorna utifrån andelen behöriga matematiklärare och

genomsnittlig erfarenhet, men finner inga statistiskt säkerställda skillnader, vilket kan bero på att det inte finns data som möjliggör analyser på lärarnivå.

Slutligen studerar vi hur Matematiklyftet påverkar matematikresultaten i olika typer av skolor. Tabell 6 delar upp skolorna med avseende på skolstorlek och kommuntyp. Matematiklyftet hade större inverkan på elevernas provresultat i större skolor än i små, men skillnaden är inte statistiskt säkerställd. Däremot är effekterna av fortbildningen signifikant högre i storstadskommuner (Stockholm, Göteborg och Malmö) än i andra kommuner. När vi studerar båda dessa faktorer samtidigt verkar skillnaderna mellan kommuntyper vara mest betydande.²³ Matematiklyftet tycks därmed ha bidragit till de ökade skillnaderna mellan kommuner (Holmlund, Sjögren, och Öckert 2020).

Tabell 6 Effekten av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik, uppdelat på skolstorlek och kommuntyp

Kolumn: Skolegenskap:	(1)	(2)	(3)	(4)
	<u>Skolstorlek</u>		<u>Kommuntyp</u>	
	Liten	Stor	Storstad	Småstad/ landsbygd
Alla år efter implementering	1,64 (1,12)	4,15*** (1,43)	5,08*** (1,41)	1,24 (1,04)
Antal observationer	1 477 846	1 271 349	1 121 352	1 752 806

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på elevers provresultat i matematik i årskurs 3, 6 och 9 för skolor med olika egenskaper. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Effekterna anges i procent av en standardavvikelse i elevernas provresultat. De skolor som studeras anges i kolumnrubriken. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan elever på samma skola anges inom parentes. */**/** visat att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procentens signifikansnivå.

5 Undervisningen förändras permanent

För att fortbildningsinsatser ska kunna påverka elevers inläring måste de förändra mötet mellan lärare och elev. I det här avsnittet analyserar vi svaren från lärarenkäten för att undersöka hur Matematiklyftet påverkade matematiklärarnas kollegiala samarbete och undervisningsmetoder. Precis som för elevresultaten mäter vi effekterna genom att jämföra utvecklingen för skolor som deltog i sats-

²³ Den genomsnittliga skillnaden i effekter mellan små och stora skolor i samma kommuntyp (storstad eller mindre stad/landsbygd) är 1,66 (standardfel 1,86), medan den genomsnittliga skillnaden i effekter mellan storstadsområden och andra områden för skolor med samma storlek (liten eller stor) är 3,56 (standardfel 1,87).

ningen med motsvarande utveckling för skolor som inte deltog.²⁴ På så sätt försöker vi utröna vilka förändringar i lärarnas arbetssätt som kan ligga bakom Matematiklyftets effekter på elevkunskaper. Eftersom lärarenkäten begränsas till perioden 2013/14–2016/17, kan vi bara studera konsekvenserna för lärarnas yrkespraktik i upp till två år efter implementeringen av Matematiklyftet.

Vi börjar med att undersöka om lärare på deltagande skolor fick ta del av mer fortbildningsinsatser än lärare på andra skolor. Tabell 7 visar att Matematiklyftet ökade sannolikheten att matematiklärare genomgick olika typer av kompetensutveckling, särskilt under implementeringsåret. Fortbildningsinsatserna omfattade såväl ämneskunskaper, didaktik och bedömning, som kollegialt samarbete och professionellt stöd genom handledning, vilka alla utgör komponenter i Matematiklyftet. Den samlade effekten på lärarnas fortbildning uppgår till 65 timmar, vilket inte ligger långt från de 60 timmar som arbetet med två utbildningsmoduler förväntas ta i anspråk. Nettoeffekten på antal fortbildningstimmar under implementeringsåret är antagligen lägre, eftersom svarsalternativen i enkäten delvis överlappar varandra.

Tabell 7 Effekten av Matematiklyftet på lärares deltagande i fortbildning (timmar/läsår)

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Typ av fortbildning:	Ämneskunskaper	Didaktik	Handledning	Kollegialt samarbete	Bedömning
Implementeringsåret	14,82*** (0,95)	23,33*** (1,09)	10,95*** (0,77)	12,89*** (1,05)	3,13*** (1,04)
1 år efter implementering	3,46*** (1,16)	4,92*** (1,43)	1,65** (0,65)	2,61* (1,44)	-2,02 (1,30)
2 år efter implementering	1,58 (1,53)	1,08 (1,87)	0,04 (0,82)	1,86 (1,94)	-2,42 (1,77)
Genomsnitt före reformen	4,32	5,53	1,88	13,20	10,81
Antal observationer	8 376	8 376	8 376	8 376	8 376

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på matematiklärares självrapporterade deltagande i olika typer av fortbildning. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Utfallsvariabeln som anges i kolumnrubriken är lärares svar på frågan ”Detta läsår, hur många timmar har du ägnat åt någon fortbildning eller annan insats som omfattat; (1) ämneskunskap i matematik, (2) metodik/didaktik i matematik, (3) professionellt stöd genom handledning, (4) kollegialt samarbete, eller (5) bedömning av kunskaper i matematik?”. Effekterna anges i antal timmar per läsår. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan lärare på samma skola anges inom parentes. */**/** visat att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procents signifikansnivå.

²⁴ Ramböll och Umeå universitet beskriver hur undervisningen utvecklades för skolor som deltog i Matematiklyftet (Skolverket 2016b). Vi jämför också med utvecklingen i andra skolor, vilket gör att skattningarna kan tolkas som orsakssamband.

Den intensiva fortbildningsfasen i Matematiklyftet pågick bara under ett år. Även om det finns små kvardröjande effekter också påföljande år, minskar omfattningen av utbildningsaktiviteterna snabbt. Två år efter att programmet avslutats får matematiklärare i programmet inte del av mer kompetensutvecklingsinsatser än andra lärare. Matematiklyftet har således inga långsiktiga effekter på förekomsten av internutbildning på skolan, vilket inte är förvånande med tanke på att statsbidraget för deltagande lärare bara utgick under ett läsår.

Ett mål med Matematiklyftet var att förändra fortbildningskulturen på skolan även på längre sikt och att matematiklärarna skulle fortsätta utveckla sin undervisning genom kollegialt lärande. Vi har därför frågat lärarna om samarbetet med lärarkollegorna. Tabell 8 visar att matematiklärare i Matematiklyftet oftare samarbetade med sina kollegor under fortbildningsåret. De planerade och följde upp sin undervisning tillsammans och de diskuterade även didaktik med varandra mer frekvent. Dessa kollegiala aktiviteter återspeglar lärares arbete i studiegrupper under satsningen.

Tabell 8 Effekten av Matematiklyftet på lärares aktiviteter tillsammans med kollegor (frekvens/termin)

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Typ av aktivitet:	Planerar lektioner	Genomför lektioner	Följer upp lektioner	Följer upp elevresultat	Diskuterar didaktik
Implementeringsåret	3,55*** (0,66)	0,40 (0,67)	2,64*** (0,61)	0,76 (0,58)	4,55*** (0,60)
1 år efter implementering	1,30 (0,92)	0,10 (0,93)	0,75 (0,81)	0,61 (0,77)	1,54* (0,81)
2 år efter implementering	1,67 (1,20)	0,49 (1,21)	1,55 (1,17)	1,59 (1,08)	1,76 (1,09)
Genomsnitt före reformen	10,28	7,35	8,92	9,59	12,27
Antal observationer	8 370	8 363	8 359	8 347	8 384

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på matematiklärares självrapporterade aktiviteter tillsammans med kollegor. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Utfallsvariabeln som anges i kolumnrubriken är lärares svar på frågan "Hur ofta händer det att du tillsammans med någon annan lärare som undervisar i matematik; (1) planerar hur undervisningen ska läggas upp, (2) genomför undervisning/lektioner, (3) följer upp hur undervisning fungerar, (4) följer upp elevernas kunskaper, eller (5) diskuterar pedagogiska och didaktiska frågor?". Effekterna anges i antal gånger per termin. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan lärare på samma skola anges inom parentes. */**/** visat att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procents signifikansnivå.

Ökningen av lärarsamarbetet är dock kortlivad. Året efter fortbildningsinsatsen avslutats kvarstår inte några skillnader mellan olika skolor. Vi finner enbart en svag kvardröjande effekt på förekomsten av diskussioner mellan matematiklärare, men därefter ebbar de kollegiala samtalen ut. Matematiklyftet tycks därmed inte ha förändrat fortbildningskulturen på skolan, vilket var avsikten. Detta

trots att Skolverket även fortsättningsvis tillhandahöll Matematiklyftets utbildningsmoduler på en lärportal. Resultaten tyder på att skolledningen måste avsätta både tid och resurser för att matematiklärare ska fortsätta utveckla sin undervisning genom kollegialt lärande.²⁵

För att Matematiklyftet ska påverka elevers lärande måste mötet mellan lärare och elev förändras. Tabell 9 visar att lärare i Matematiklyftet ägnar mer undervisningstid åt att diskutera problemlösningstrategier gemensamt med sina elever, och de lägger också mer tid på andra undervisningsaktiviteter. Däremot tillbringar elever på skolor som deltagit i Matematiklyftet mindre tid med att lösa standardproblem enskilt eller i grupp, vilket annars är en vanligt förekommande undervisningsform i svenska skolor (Mullis, Martin, och Foy 2008). Resultaten ligger i linje med de mer elevaktiva undervisningsformer som förordas i Matematiklyftet. Vi finner inga skillnader i hur stor del av lektionstiden som lärare ägnar åt genomgångar eller kunskapskontroll.

Tabell 9 Effekten av Matematiklyftet på lärares undervisningsformer (procent av lektionstid)

Kolumn:	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Typ av aktivitet:	Lärare går igenom	Lärare och elever diskuterar	Elever löser problem	Elever skriver prov	Andra aktiviteter
Implementeringsåret	0,30 (0,55)	1,91** (0,75)	-3,32*** (0,96)	-0,38 (0,31)	1,49** (0,60)
1 år efter implementering	0,23 (0,70)	2,69** (1,02)	-4,05*** (1,24)	-0,31 (0,43)	1,44* (0,87)
2 år efter implementering	0,47 (1,02)	1,86 (1,44)	-3,35** (1,59)	-0,77 (0,56)	1,78 (1,09)
Genomsnitt före reformen	18,22	18,81	50,03	5,42	7,51
Antal observationer	7 819	7 819	7 819	7 819	7 819

Not: Tabellen visar skattade effekter av Matematiklyftet på matematiklärares självrapporterade undervisningsaktiviteter. Skattningarna tar hänsyn till genomsnittliga skillnader mellan skolor och läsår. Utfallsvariabeln som anges i kolumnrubriken är lärares svar på frågan ”Hur stor andel av lektionstiden i matematik ägnar eleverna i genomsnitt åt följande aktiviteter under en vanlig vecka; (1) elever lyssnar till lärargenomgångar, (2) lärare och elever diskuterar gemensamt strategier för att lösa problem, (3) elever arbetar enskilt eller i grupp med att lösa problem, (4) elever deltar i prov eller förhör, eller (5) andra aktiviteter?”. Effekterna anges i procent av lektionstid. Standardfel som tar hänsyn till korrelation mellan lärare på samma skola anges inom parentes. */**/** visat att skattningen är statistiskt säkerställt skild från 0 på 10/5/1 procents signifikansnivå.

Matematiklyftet har – till skillnad från fortbildningsaktiviteter och lärarsamarbeten – kvarstående effekter på lärares undervisningspraktik. Eleverna ägnar

²⁵ I forskningsrapporten Grönqvist, Öckert, och Rosenqvist (2021) visar vi att lärare i Matematiklyftet fortsätter att hämta inspiration från sina kollegor även året efter att fortbildningen avslutats, möjligen genom fortsatta kollegiala samtal. Därefter finns dock inga statistiskt säkerställda effekter.

signifikant mindre av lektionstiden åt att lösa standardproblem även två år efter att fortbildningsinsatsen har avslutats. Lärare fortsätter också att diskutera problemlösningstrategier med eleverna samt anordnar andra undervisningsaktiviteter, men dessa effekter är inte statistisk säkerställda efter två år. Matematiklyftet tycks således ha fått lärare att förändra sin undervisning mer permanent.²⁶ Det kan förklara varför fortbildningen lyckades förbättra elevers inläring även på längre sikt, trots att den ökade fortbildningsaktiviteten och det intensifierade lärarsamarbetet under implementeringsfasen inte höll i sig.

I forskningsrapporten Grönqvist, Öckert, och Rosenqvist (2021) visar vi att matematiklärare som deltog i Matematiklyftet tycker sig ha bättre kunskaper om matematikämnet och hur de ska följa upp resultaten av sin undervisning. De anger att andra lärare på skolan har fått mer kunskap i matematik och didaktik, och att de trivs bättre med sina lärarkollegor.²⁷ Dessa effekter är statistiskt säkerställda även två år efter att insatsen avslutats. Lärarna verkar i allmänhet vara nöjda med Matematiklyftet, vilket tyder på att satsningen var väl anpassad till de lokala behoven på skolan.

6 Matematiklyftet är samhällsekonomiskt lönsamt

Resultaten visar att Matematiklyftet förändrar lärares undervisning och höjer elevers matematikkunskaper. För att satsningen ska vara värd att genomföra måste dock samhällets intäkter överstiga kostnaderna. I det här avsnittet beräknar vi därför satsningens samhällsekonomiska intäkter och kostnader.

En betydande kostnadspost för Matematiklyftet är den tid som matematiklärare ägnar åt fortbildning, eftersom den förväntas tränga undan andra arbetsuppgifter. Vi antar att hälften av dessa läraraktiviteter direkt (eller indirekt) kan hänföras till elevers inläring, och därmed fångas upp i resultaten på de nationella proven i matematik. Den andra hälften antas istället påverka samhällsliga värden som vi inte mäter. Kostnaden för denna uteblivna produktion uppskattas till lärarnas lön.

Vi tar upp hela värdet av handledares förlorade arbetstid i kalkylen, eftersom handledare vanligtvis hämtas från andra skolor. De arbetsuppgifter som trängs undan drabbar därmed inte elever på insatsskolor. Därutöver medförde insatsen också direkta kostnader, såsom utgifter för att anordna utbildning för handledare och rektorer, utveckling av utbildningsmoduler och administration. Totalt upp-

²⁶ Effekterna efter implementeringsåret är inte statistiskt skilda från effekterna under fortbildningsåret

²⁷ Liknande resultat framkommer i den nationella uppföljningen av programmet (Skolverket 2016b).

går de samhällsekonomiska kostnaderna till omkring 512 miljoner kronor, vilket motsvarar 800 kronor per elev.

Matematiklyftets huvudsakliga intäkter består av elevers förbättrade kunskaper som höjer deras produktivitet på arbetsmarknaden under resten av livet. Vi omvandlar de kortsiktiga effekterna på provresultat till livsinkomster genom att beräkna sambandet mellan matematikresultat i årskurs 6 och inkomster under åren 1968–2015, för ett urval personer födda 1953 samt ett urval tvillingar födda 1953–82. Resultaten visar att en standardavvikelse bättre provresultat är förknippad med 9 procent högre inkomst under hela yrkeslivet, när hänsyn tas till såväl mätbara, som omätbara, skillnader i elevers förutsättningar.

Vi beräknar Matematiklyftets intäkter genom att multiplicera (1) effekten av satsningen på elevresultat med (2) det uppskattade sambandet mellan kunskaper och livsinkomster och (3) antal elever i deltagande skolor. De samhällsekonomiska intäkterna uppgår därmed till nästan 14 miljarder kronor, vilket motsvarar i genomsnitt 21 000 kronor per elev. Även om kunskapseffekterna är relativt små blir intäkterna omfattande, eftersom matematikkunskaper värdesätts på arbetsmarknaden under resten av livet och resultaten i genomsnitt förbättras för alla elever som tog del av satsningen.

Den samhällsekonomiska kalkylen visar att intäkterna av Matematiklyftet vida överstiger kostnaderna. För varje satsad krona får samhället 27 kronor tillbaka. Det bör betonas att beräkningarna är behäftade med stor osäkerhet, och att programmets kostnadseffektivitet kan förändras under andra antaganden. Men även om vi dubblar kostnaderna och halverar intäkterna, är avkastningen 6 kronor per satsad krona. Matematiklyftet tycks således vara en samhällsekonomiskt lönsam investering också under mer konservativa antaganden.

7 En lyckad insats

Matematiklyftet lyfter matematikkunskaperna! Utvärderingen visar att elever på skolor som deltagit i fortbildningsinsatsen har bättre resultat på nationella prov i matematik än andra elever. Kunskaperna ökar med i genomsnitt 0,17 betygs-poäng (på skalan 0–20), vilket motsvarar ett högre provbetyg i matematik för var femtonde elev. Framförallt förbättras resultaten på låg- och mellanstadiet. Inga statistiskt säkerställda effekter finns på högstadiet.

Satsningen förbättrar skolors resultat också på längre sikt. De positiva effekterna kvarstår efter att fortbildningen har avslutats, och skolor som deltog har fortfarande högre provresultat efter 4–5 år. Matematiklyftet ökar inläringen också för elever som ännu inte börjat skolan när fortbildningen genomfördes, något som tyder på att lärares undervisning förändras mer permanent. Detta

bekräftas också av att lärare i Matematiklyftet ägnar mer av lektionstiden åt att diskutera problemlösning och mindre åt att låta elever lösa problem på egen hand eller i grupp, även efter att fortbildningsinsatsen avslutats.

Elever med svagare förutsättningar gynnas däremot inte av Matematiklyftet. Det gäller både elever födda utomlands och i Sverige. Inläringen för övriga elever förbättras ungefär lika mycket. Matematiklyftet har därmed bidragit till att öka skillnaderna mellan elever med olika bakgrund. Även om satsningen inte lyckas höja resultaten för de svagaste eleverna försämrar den inte heller deras kunskaper. En möjlig förklaring till dessa skillnader är att lågpresterande elever har svårare att tillgodogöra sig de mer elevaktiva undervisningsmetoder som förordas i modulerna, och att de istället behöver andra typer av stöd för att utveckla sina färdigheter i matematik.

Matematiklyftet är samhällsekonomiskt lönsamt. Intäkterna uppväger mer än väl kostnaderna för att genomföra programmet, eftersom elevers förbättrade matematikkunskaper värdesätts på arbetsmarknaden och många elever fick del av insatsen. Våra beräkningar tyder på att samhället får 27 kronor tillbaka på varje satsad krona. Även om Matematiklyftet lyckades lyfta matematikkunskaperna är effekterna dock för små för att kunna förklara svenska elevers resultatuppgång i TIMSS 2015 och PISA 2015.

Satsningen lyckades inte varaktigt påverka fortbildningskulturen i skolan, vilket var en av målsättningarna. Lärare diskuterade oftare undervisningsfrågor med varandra medan satsningen pågick, men de kollegiala samtalen ebade ut strax efter att insatsen avslutats. Detta trots att Skolverket även fortsättningsvis tillhandahåller Matematiklyftets utbildningsmoduler på en lärportal. Troligen måste skolledningen tillhandahålla en tydlig struktur för fortbildning och avsätta både tid och resurser för att matematiklärare ska fortsätta utveckla sin undervisning genom kollegialt lärande.

En generell lärdom är att det går att påverka mötet mellan lärare och elev med nationell politik även i ett decentraliserat skolsystem. Det kräver dock en balans mellan statlig styrning och lokal anpassning, vilket Matematiklyftet tycks ha lyckats uppnå. Skolverket utformade och organiserade programmet genom att anordna utbildningar för handledare och rektorer, upphandla utbildningsmoduler och fördela statsbidrag till huvudmän. Samtidigt kunde skolorna organisera studiegrupper och välja utbildningsmoduler efter lärares behov och lokala förutsättningar. Den verksamhetsnära utformningen kan också ha bidragit till att lärare verkar nöjda med Matematiklyftet, och att de upplevde att den egna, liksom kollegors, kompetens i didaktik och bedömning förbättrades.

Referenser

- Akiba, Motoko, och Bryan Wilkinson. 2016. "Adopting an International Innovation for Teacher Professional Development: State and District Approaches to Lesson Study in Florida". *Journal of Teacher Education* 67 (1): 74–93. <https://doi.org/10.1177/0022487115593603>.
- Angrist, Joshua D., och Jörn-Steffen Pischke. 2014. *Mastering 'Metrics: The Path from Cause to Effect*. With French flaps Edition. Princeton ; Oxford: Princeton University Press.
- Briole, Simon, och Eric Maurin. 2019. "Does Evaluating Teachers Make a Difference?" SSRN Scholarly Paper ID 3390297. Rochester, NY: Social Science Research Network. <https://papers.ssrn.com/abstract=3390297>.
- Burgess, Simon, Shenila Rawal, och Eric S Taylor. 2021. "Teacher peer observation and student test scores: Evidence from a field experiment in English secondary schools". *Journal of Labor Economics* In press. <https://doi.org/10.1086/712997>.
- Callaway, Brantly, och Pedro H. C. Sant'Anna. 2020. "Difference-in-Differences with Multiple Time Periods". *Journal of Econometrics*, december. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.12.001>.
- Chen, Xiangming, och Yurong Zhang. 2019. "Typical Practices of Lesson Study in East Asia". *European Journal of Education* 54 (2): 189–201. <https://doi.org/10.1111/ejed.12334>.
- Cheng, Lu Pien, och Lee Peng Yee. 2012. "A Singapore Case of Lesson Study". *The Mathematics Educator* 21 (2). <https://openjournals.libs.uga.edu/tme/article/view/1967>.
- Chetty, Raj, John N. Friedman, och Jonah E. Rockoff. 2014. "Measuring the Impacts of Teachers I: Evaluating Bias in Teacher Value-Added Estimates". *American Economic Review* 104 (9): 2593–2632. <https://doi.org/10.1257/aer.104.9.2593>.
- Fernandez, Clea. 2002. "Learning from Japanese Approaches to Professional Development: The Case of Lesson Study". *Journal of Teacher Education* 53 (5): 393–405. <https://doi.org/10.1177/002248702237394>.
- Fernandez, Clea, och Makoto Yoshida. 2012. *Lesson Study: A Japanese Approach To Improving Mathematics Teaching and Learning*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410610867>.

- Grönqvist, Erik, Björn Öckert, och Olof Rosenqvist. 2021. "Does the 'Boost for Mathematics' Boost Mathematics? A Large-Scale Evaluation of the 'Lesson Study' Methodology on Student Performance". 2021:22 Institute for Evaluation of Labour Market and Education Policy.
- Hanushek, Eric A., Guido Schwerdt, Simon Wiederhold, och Ludger Woessmann. 2015. "Returns to Skills around the World: Evidence from PIAAC". *European Economic Review* 73 (januari): 103–30. <https://doi.org/10.1016/j.euroecorev.2014.10.006>.
- Hanushek, Eric A., och Ludger Woessmann. 2008. "The Role of Cognitive Skills in Economic Development". *Journal of Economic Literature* 46 (3): 607–68. <https://doi.org/10.1257/jel.46.3.607>.
- . 2016. "Knowledge Capital, Growth, and the East Asian Miracle". *Science* 351 (6271): 344–45. <https://doi.org/10.1126/science.aad7796>.
- Holmlund, Helena, Anna Sjögren, och Björn Öckert. 2020. "Jämlikhet i möjligheter och utfall i den svenska skolan". IFAU Rapport 2020:7.
- Huang, Rongjin, Yanping Fang, och Xiangming Chen. 2017. "Chinese lesson study: a deliberate practice, a research methodology, and an improvement science". *International Journal for Lesson and Learning Studies* 6 (4): 270–82. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-08-2017-0037>.
- Jackson, C. Kirabo, och Elias Bruegmann. 2009. "Teaching Students and Teaching Each Other: The Importance of Peer Learning for Teachers". *American Economic Journal: Applied Economics* 1 (4): 85–108.
- Jerrim, John. 2015. "Why do East Asian children perform so well in PISA? An investigation of Western-born children of East Asian descent". *Oxford Review of Education* 41 (3): 310–33. <https://doi.org/10.1080/03054985.2015.1028525>.
- Kraft, Matthew A., David Blazar, och Dylan Hogan. 2018. "The Effect of Teacher Coaching on Instruction and Achievement: A Meta-Analysis of the Causal Evidence". *Review of Educational Research* 88 (4): 547–88. <https://doi.org/10.3102/0034654318759268>.
- Lewis, Catherine C., och Ineko Tsuchida. 1999. "A Lesson Is Like a Swiftly Flowing River: How Research Lessons Improve Japanese Education". *Improving Schools* 2 (1): 48–56. <https://doi.org/10.1177/136548029900200117>.

- Lewis, Catherine, och Christine Lee. 2017. *The Global Spread of Lesson Study*. Routledge Handbooks Online. <https://doi.org/10.4324/9781315710068.ch12>.
- Lindvall, Jannika. 2017. "Two Large-Scale Professional Development Programs for Mathematics Teachers and Their Impact on Student Achievement". *International Journal of Science and Mathematics Education* 15 (7): 1281–1301. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9750-x>.
- Lindvall, Jannika, Ola Helenius, Kimmo Eriksson, och Andreas Ryve. 2021a. "Impact and Design of a National-scale Professional Development Program for Mathematics Teachers". *Scandinavian Journal of Educational Research* 0 (0): 1–16. <https://doi.org/10.1080/00313831.2021.1910563>.
- . 2021b. "Impact and Design of a National-scale Professional Development Program for Mathematics Teachers". *Scandinavian Journal of Educational Research* 0 (0): 1–16. <https://doi.org/10.1080/00313831.2021.1910563>.
- Lindvall, Jannika, Ola Helenius, och Marie Wiberg. 2018. "Critical Features of Professional Development Programs: Comparing Content Focus and Impact of Two Large-Scale Programs". *Teaching and Teacher Education* 70 (februari): 121–31. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.11.013>.
- Machin, Stephen, och Sandra McNally. 2008. "The Literacy Hour". *Journal of Public Economics* 92 (5): 1441–62. <https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2007.11.008>.
- Ming Cheung, Wai, och Wing Yee Wong. 2014. "Does Lesson Study work? : A systematic review on the effects of Lesson Study and Learning Study on teachers and students". *International Journal for Lesson and Learning Studies* 3 (2): 137–49. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-05-2013-0024>.
- Mullis, Ina V. S., Michael O. Martin, och Pierre Foy, red. 2008. *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings Form IEA's Trend in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, Mass: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- Mullis, Ina V. S, Michael O. Martin, Pierre Foy, Dana Kelly, och Bethany Fishbein. 2020. "TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science."
- Murnane, Richard J., John B. Willett, Yves Duhaldeborde, och John H. Tyler. 2000. "How Important Are the Cognitive Skills of Teenagers in Predicting Subsequent Earnings?" *Journal of Policy Analysis and Management* 19 (4):

547–68. [https://doi.org/10.1002/1520-6688\(200023\)19:4<547::AID-PAM2>3.0.CO;2-#](https://doi.org/10.1002/1520-6688(200023)19:4<547::AID-PAM2>3.0.CO;2-#).

Murnane, Richard J., John B. Willett, och Frank Levy. 1995. "The Growing Importance of Cognitive Skills in Wage Determination". *The Review of Economics and Statistics* 77 (2): 251–66. <https://doi.org/10.2307/2109863>.

Murphy, Richard, Felix Weinhardt, och Gill Wyness. 2021. "Who Teaches the Teachers? A RCT of Peer-to-Peer Observation and Feedback in 181 Schools". *Economics of Education Review* In press. <https://papers.ssrn.com/abstract=3578255>.

Neal, Derek A., och William R. Johnson. 1996. "The Role of Premarket Factors in Black-White Wage Differences". *Journal of Political Economy* 104 (5): 869–95.

OECD. 2019. "PISA 2018 Insights and interpretations".

Pang, JeongSuk. 2016. "Improving Mathematics Instruction and Supporting Teacher Learning in Korea through Lesson Study Using Five Practices". *ZDM* 48 (4): 471–83. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0768-x>.

Pang, Ming Fai. 2006. "The Use of Learning Study to Enhance Teacher Professional Learning in Hong Kong". *Teaching Education* 17 (1): 27–42. <https://doi.org/10.1080/10476210500527915>.

Pang, Ming Fai, och Lo Mun Ling. 2012. "Learning Study: Helping Teachers to Use Theory, Develop Professionally, and Produce New Knowledge to Be Shared". *Instructional Science* 40 (3): 589–606. <https://doi.org/10.1007/s11251-011-9191-4>.

Papay, John P., Eric S. Taylor, John H. Tyler, och Mary E. Laski. 2020. "Learning Job Skills from Colleagues at Work: Evidence from a Field Experiment Using Teacher Performance Data". *American Economic Journal: Economic Policy* 12 (1): 359–88. <https://doi.org/10.1257/pol.20170709>.

Quaresma, Marisa, Carl Winsløw, Stéphane Clivaz, João Pedro da Ponte, Aoibhinn Ní Shúilleabháin, och Akihiko Takahashi, red. 2018. *Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Methodological Issues*. ICME-13 Monographs. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7>.

Rapplee, Jeremy, och Hikaru Komatsu. 2017. "How to Make Lesson Study Work in America and Worldwide: A Japanese Perspective on the ontological Cultural Basis of (Teacher) Education": *Research in Comparative and*

- Regeringen. 2011. "Proposition. 2011/12:1, Utgiftsområde16".
- Skolverket. 2011. "Delredovisning av uppdrag om att stärka undervisning i matematik, naturvetenskap och teknik". Mimeo Dnr 2011:643. <https://www.skolverket.se/getFile?file=2651>.
- . 2012. "Information om Matematiklyftet". Mimeo Dnr 2012:1958.
- . 2013. "Matematiklyftet – kollegialt lärande för matematiklärare. Grundskolan, gymnasieskolan och vuxenutbildningen". Broschyr.
- . 2016a. "PISA 2015: 15-åringars kunskaper i naturvetenskap, läsförståelse och matematik". Rapport 2016: 450. Skolverket.
- . 2016b. "Slutredovisning av Uppdrag att svara för utbildning". Mimeo Dnr 2011:643. <https://www.skolverket.se/system/getfile/getfile>.
- . 2016c. "Slutredovisning av Uppdrag att svara för utbildning". Mimeo Dnr 2011:643. <https://www.skolverket.se/system/getfile/getfile>.
- . 2016d. "TIMSS 2015: Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv". Rapport 2016: 448. Skolverket.
- Stigler, James W., och James Hiebert. 1999. *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. The Free Press, A Division of Simon & Schuster Inc.
- Sun, Liyang, och Sarah Abraham. 2020. "Estimating Dynamic Treatment Effects in Event Studies with Heterogeneous Treatment Effects". *Journal of Econometrics*, december. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.09.006>.
- Taylor, Eric S., och John H. Tyler. 2012. "The Effect of Evaluation on Teacher Performance". *American Economic Review* 102 (7): 3628–51. <https://doi.org/10.1257/aer.102.7.3628>.
- Utbildningsdepartementet. 2011. "Uppdrag till Statens skolverk att stärka undervisningen i matematik, naturvetenskap och teknik". Regeringsbeslut I:4. <https://www.regeringen.se/contentassets/7944c3447e114bc8a143fc473f542Off/uppdrag-till-statens-skolverk-att-starka-undervisningen-i-matematik-naturvetenskap-och-teknik>.

- . 2012a. *Förordning om statsbidrag för fortbildning för matematiklärare och för matematikhandledare*. SFS 2012:162, Utbildningsdepartementet, Stockholm. https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/forordning-2012161-om-statsbidrag-for_sfs-2012-161.
- . 2012b. ”Uppdrag att svara för utbildning”. Regeringsbeslut I:44. <https://www.regeringen.se/regeringsuppdrag/2012/04/u20114343s-m.fl/>.

Bilaga A. Innehållet i Matematiklyftet

Matematiklyftet bygger på utbildningsmoduler som behandlar ett specifikt matematiskt innehåll. Det finns separata moduler för varje stadium i grundskolan, gymnasieskolan samt andra skolformer, som är anpassade till utmaningarna och förutsättningarna på respektive nivå. Grundskolan har tio olika utbildningsmoduler för varje stadium som omfattar ett avgränsat matematiskt innehåll, se Figur A1 för en fullständig lista över moduler. Alla moduler behandlar perspektiven (1) rutiner och interaktion i klassrummet, (2) klassrumsnormer, (3) att undervisa matematik utifrån förmågorna, samt (4) bedömning för lärande och undervisning i matematik (Skolverket 2016c).

Modulerna innehåller texter, filmer, diskussionsfrågor och förslag på undervisningsaktiviteter. De bygger på kurser och kursplaner, forskning om lärande och undervisning i matematik samt analyser av svenska elevers prestationer i nationella och internationella mätningar. För att säkerställa stödmaterialets kvalitet och relevans utvecklas varje modul gemensamt av två universitet eller lärarhögskolor, och innehållet granskas av oberoende forskare. Fokusgrupper av lärare har också varit involverade i utvecklingen av modulerna. Alla moduler innehåller åtta delar som var och en består av en lärcykel med fyra moment; se Figur A2 för en illustration av modulernas uppbyggnad.

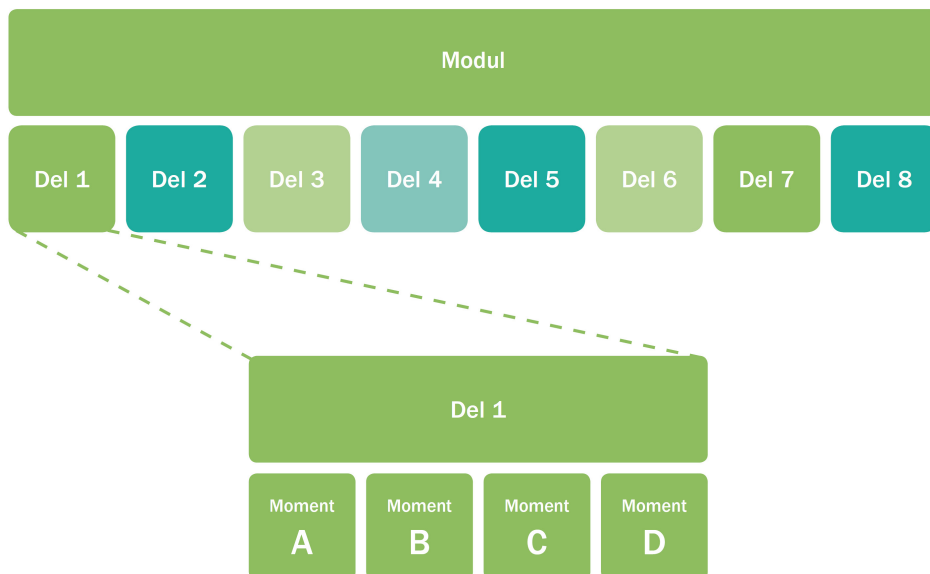
Programmet är utformat efter skolans lokala behov och förutsättningar. Rektor väljer – tillsammans med huvudmannen – två moduler utifrån lärares kompetensutvecklingsbehov och intressen. De ansvarar också för att organisera lärargrupperna och att avsätta tid för fortbildningen inom ordinarie arbetstid.

Figur A1 Innehållet i modulerna

Moduler åk 1-3	Moduler åk 4-6	Moduler åk 7-9	Moduler Gymnasieskolan	Moduler övriga
Taluppfattning och tals användning	Taluppfattning och tals användning	Taluppfattning och tals användning	Undervisa matematik utifrån problemlösning	Vuxenutbildning
Algebra	Algebra	Algebra	Undervisa matematik utifrån förmågorna	Förskola
Geometri	Geometri	Geometri	Bedömning för lärande och undervisning i matematik	Förskoleklass
Sannolikhet och statistik	Sannolikhet och statistik	Sannolikhet och statistik	Undervisa matematik på yrkesprogram	Särskola I
Samband och förändring	Samband och förändring	Samband och förändring	Undervisa matematik på högskoleförberedande program	Särskola II
Problemlösning	Problemlösning	Problemlösning	Matematikundervisning med digitala verktyg	
Matematikundervisning med digitala verktyg	Matematikundervisning med digitala verktyg	Matematikundervisning med digitala verktyg	Språk i matematik	
Språk i matematik	Språk i matematik	Språk i matematik		

Källa: Skolverket (2016c)

Figur A2 Illustration av modulernas uppbyggnad



Källa: Skolverket (2013)